12. November 2007

Wärmeleitung und Wärmespeicherung in plattenförmigen Bauteilen

von

Ao. Univ. Prof. Dipl.-Ing. Dr. techn. Klaus Kreč
Büro für Bauphysik
A-3562 Schönberg am Kamp Veltlinerstraße 9
Österreich
Tel. +43-2733-8780-2 Fax +43-2733-8780-4
email: dr.krec@aon.at

A1. Wärmeleitung und Wärmespeicherung in plattenförmigen Bauteilen

A1.1 Einleitung

Instationäre Wärmeleitungsprobleme, die natürlich auch die Berücksichtigung der Wärmespeicherung beinhalten, wurden in [1] in relativ allgemeiner Weise behandelt. Die dort geschilderten Methoden erlauben eine praktische Anwendung nur unter Einsatz entsprechender Computer-Programme, wenn man von besonders einfachen Fällen absieht. Diese einfachen Fälle sind jene, in denen eindimensionale Wärmeleitung vorliegt, also Wärmeleitung durch plattenförmige Bauteile bzw. durch Kugel- oder Zylinderschalen.

Da plattenförmige Bauteile im Hochbau die Regel darstellen, scheint es der Mühe wert, für diese ein einfacheres Rechenverfahren anzugeben und zu diskutieren. Für stationäre Wärmeleitung sind diese Verfahren seit langem bekannt, für instationäre Wärmeleitung auch schon seit einigen Jahrzehnten - siehe z. B. [2, 3, 4, 5]. Diese Verfahren sollen nun in den größeren Zusammenhang der in [1] dargelegten Methoden gestellt werden.

Zunächst soll im nächsten Kapitel die Wärmeleitung in plattenförmigen Bauteilen für den stationären Fall rekapituliert werden; die Wärmespeicherung spielt hier keine Rolle.

A1.2 Stationäre Wärmeleitung in plattenförmigen Bauteilen

Die Wärmeleitung in einem Festkörper wird ganz allgemein durch den *Fourier*schen Wärmestromansatz

$$\vec{q} = -\lambda \cdot grad\,\Theta \tag{A1.1}$$

und - bei Abwesenheit von Wärmequellen - durch die Bilanzgleichung

$$c \cdot \rho \cdot \frac{\partial \Theta}{\partial t} = -div\,\vec{q} \tag{A1.2}$$

beschrieben. Hierin ist $\vec{q}$ der Vektor der Wärmestromdichte, Θ die Temperatur und λ die in dem hier betrachteten isotropen Fall skalare Wärmeleitfähigkeit; c und ρ sind die spezifische Wärmekapazität und die Massendichte.

Einsetzen von (A1.1) in (A1.2) liefert die bekannte Wärmeleitungsgleichung

$$c \cdot \rho \cdot \frac{\partial \Theta}{\partial t} = div\,(\lambda \cdot grad\,\Theta) \quad . \tag{A1.3}$$

Die Materialkennwerte λ, c und ρ können hierin noch weitgehend beliebige Funktionen des Ortes sein.

Für die hier beabsichtigte Untersuchung plattenförmiger Bauteile soll angenommen werden, dass λ, c und ρ nur von der senkrecht zur Plattenebene gemessenen Koordinate x abhängen, jedoch nicht von den beiden anderen Raumkoordinaten y und z. Diese Voraussetzung ist beispielsweise bei homogenen Platten erfüllt, darüber hinaus auch bei solchen, die aus homogenen Schichten parallel zur Plattenebene zusammengesetzt sind.

Hängen auch die Lufttemperaturen beiderseits der Platte und die beiden Wärmeübergangswiderstände nicht von y und z ab, so gilt dies auch für die Temperatur Θ und für die Wärmestromdichte $\vec{q}$. In diesem Fall verschwinden die Komponenten der Wärmestromdichte in y-und z-Richtung und Gleichung (A1.1) reduziert sich auf

$$q_x = -\lambda \cdot \frac{\partial \Theta}{\partial x} \quad . \tag{A1.4}$$

Da q_x die einzige nicht verschwindende Komponente der Wärmestromdichte ist, soll im Folgenden auf den Index x verzichtet und anstelle von q_x einfach q geschrieben werden.

Gleichung (A1.2) geht unter den getroffenen Voraussetzungen über in

$$c \cdot \rho \cdot \frac{\partial \Theta}{\partial t} = -\frac{\partial q}{\partial x} \quad , \tag{A1.5}$$

die allgemeine Wärmeleitungsgleichung (A1.3) in die eindimensionale Wärmeleitungsgleichung

$$c \cdot \rho \cdot \frac{\partial \Theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}(\lambda \cdot \frac{\partial \Theta}{\partial x}) \quad . \tag{A1.6}$$

Bei Beschränkung auf stationäre Vorgänge treten keine zeitlichen Änderungen auf, d. h. die Ableitung nach der Zeit t verschwindet. Ein Blick auf Gleichung (A1.5) zeigt, dass in diesem Fall die Wärmestromdichte q konstant sein muss.

Die eindimensionale Wärmeleitungsgleichung (A1.6) geht für den stationären Fall über in

$$\frac{\partial}{\partial x}(\lambda(x) \cdot \frac{\partial \Theta}{\partial x}) = 0 \quad . \tag{A1.7}$$

Dies ist, da nur mehr Ableitungen nach der einen Ortskoordinate x vorkommen, eine gewöhnliche Differentialgleichung, die man nun auch in der einfacheren Form

$$(\lambda \cdot \Theta')' = 0 \quad . \tag{A1.8}$$

anschreiben kann. Sie lässt sich leicht lösen. Einmalige Integration liefert zunächst

$$\lambda \cdot \Theta' = C_1 \quad . \tag{A1.9}$$

Die Integrationskonstante C_1 stimmt bis auf das Vorzeichen mit der schon als konstant erkannten Wärmestromdichte q überein. Demnach ist Θ' bis auf die Konstante C_1 eine bekannte Funktion von x. Die Temperaturverteilung $\Theta(x)$ lässt sich daraus durch nochmalige Integration gewinnen:

$$\Theta(x) = C_1 \cdot \int_{x_0}^{x} \frac{ds}{\lambda(s)} + C_2 \quad . \tag{A1.10}$$

Wird in dieser Gleichung $x = x_0$ gesetzt, so ergibt sich unmittelbar die Bedeutung der Konstanten C_2:

$$C_2 = \Theta(x_0) \quad . \tag{A1.11}$$

Gleichung (A1.10) legt es nahe, anstelle der Ortskoordinate x eine Koordinate r durch die Beziehung

$$r = \int_{x_0}^{x} \frac{ds}{\lambda(s)} \quad . \tag{A1.12}$$

einzuführen. Damit lässt sich Gleichung (A1.10) in der Form

$$\Theta(r) = -q \cdot r + \Theta(x_0) \quad . \tag{A1.13}$$

ausdrücken. Unter Verwendung der Koordinate r ergibt sich somit ein linearer Temperaturverlauf, dessen Steigung durch die konstante Wärmestromdichte festgelegt ist. Diese Tatsache ist allgemein bekannt, denn in nahezu jedem Lehrbuch für Bauphysik wird darauf hin gewiesen, dass man den Temperaturverlauf in mehrschichtigen plattenförmigen Bauteilen durch eine Gerade darstellen kann, wenn man anstelle der Schichtdicken die Wärmedurchlasswiderstände der Schichten aufträgt – siehe z. B. [7], [8], [9].

Gleichung (A1.12) stellt den Wärmedurchlasswiderstand r des zwischen den Stellen x_0 und x liegenden Teils der betrachteten Platte dar. Bei einer aus n homogenen Schichten mit jeweils konstanter Wärmeleitfähigkeit bestehenden Platte kann man den gesamten Durchlasswiderstand aus Gleichung (A1.12) erhalten, wenn man die Stelle x_0 an die eine Plattenoberfläche legt, die Stelle x an die andere. Bezeichnet man mit d_i die Schichtdicken und mit λ_i die Wärmeleitfähigkeiten der einzelnen Schichten, so erhält man aus Gleichung (A1.12) die bekannte Darstellung

$$r = R = \sum_{i=1}^{n} \frac{d_i}{\lambda_i} = \sum_{i=1}^{n} R_i \quad . \tag{A1.14}$$

für den Wärmedurchlasswiderstand der Platte. Diese Gleichung spiegelt wie schon Gleichung (A1.12) die Tatsache wieder, dass der gesamte Wärmedurchlasswiderstand von mehreren in Serie geschalteten Einzelwiderständen gleich der Summe der Einzelwiderstände ist. Bezeichnen $\Theta(x_0) = \Theta_{s1}$ und $\Theta(x) = \Theta_{s2}$ die Oberflächentemperaturen der Platte, so kann Gleichung (A1.13) auf die Form

$$q = \frac{\Theta_{s1} - \Theta_{s2}}{R} \quad . \tag{A1.15}$$

gebracht werden.

Interessiert man sich für die Wärmestromdichte bei gegebenen Lufttemperaturen $\Theta_{a,i}$ und $\Theta_{a,e}$ beiderseits der Platte, so kann man ebenfalls Gleichung (A1.15) sinngemäß verwenden; man hat lediglich zum Durchlasswiderstand R der Platte die beiden Wärmeübergangswiderstände R_{si} und R_{se} hinzuzufügen:

$$q = \frac{1}{R_{si} + R + R_{se}} \cdot (\Theta_{a,i} - \Theta_{a,e}) \quad . \tag{A1.16}$$

Der Faktor vor der in Klammer stehenden Temperaturdifferenz ist der flächenbezogene thermische Leitwert der Platte, der üblicherweise als Wärmedurchgangskoeffizient oder „U-Wert“ bezeichnet wird.

A1.3 Periodische Vorgänge

Beschränkt man die Untersuchung – so wie dies im Fall dreidimensionaler Wärmeleitung auch in [1] geschehen ist – auf zeitlich periodische Vorgänge, so kann man die Temperatur Θ als *Fourier*-Reihe

$$\Theta(x,t) = \frac{1}{2} \cdot \sum_{\nu=-\infty}^{+\infty} \hat{\Theta}_\nu(x) \cdot e^{j \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot \nu \cdot t}{T}} \qquad \text{(A1.17)}$$

ansetzen. Der Faktor $\hat{\Theta}_\nu(x)$ ist als der zur ν-ten Harmonischen gehörige *Fourier*-Koeffizient der Temperatur am Ort x eine komplexwertige Größe. Der Faktor T im Exponenten der Exponentialfunktion ist die Periodendauer; mit j wird hier und im Folgenden die imaginäre Einheit bezeichnet.

Setzt man nun Ansatz (A1.17) in die eindimensionale Wärmeleitungsgleichung (A1.6) ein und führt einen Koeffizientenvergleich durch, so erhält man für den *Fourier*-Koeffizienten $\hat{\Theta}_\nu$ die gewöhnliche Differentialgleichung

$$j \cdot c \cdot \rho \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot \nu}{T} \cdot \hat{\Theta}_\nu = \frac{\partial}{\partial x}(\lambda \cdot \frac{\partial \hat{\Theta}_\nu}{\partial x}) \quad . \qquad \text{(A1.18)}$$

Unter Weglassung des Index ν kann man diese gewöhnliche Differentialgleichung auch in der zu Gleichung (A1.8) analogen Form

$$\frac{d}{dx}(\lambda \cdot \frac{d \hat{\Theta}}{dx}) = j \cdot c \cdot \rho \cdot \frac{2 \cdot \pi}{T} \cdot \hat{\Theta} . \qquad \text{(A1.19)}$$

anschreiben.

Es bietet sich an, diese Differentialgleichung unter Anwendung der Substitution (A1.12) weiter zu vereinfachen, indem man wie im stationären Fall anstelle der Ortsvariablen x eine Koordinate r von der Dimension eines Wärmedurchlasswiderstands einführt. Mit der aus (A1.12) folgenden Beziehung

$$\frac{d}{dx} = \frac{1}{\lambda} \cdot \frac{d}{dr} \qquad \text{(A1.20)}$$

geht Gleichung (A1.19) schließlich über in

$$\hat{\Theta}'' - j \cdot \lambda \cdot c \cdot \rho \cdot \frac{2 \cdot \pi}{T} \cdot \hat{\Theta} = 0 \quad , \qquad \text{(A1.21)}$$

wobei die Ableitungsstriche Ableitungen nach r symbolisieren. Mit der Abkürzung

$$j \cdot \lambda \cdot c \cdot \rho \cdot \frac{2 \cdot \pi}{T} = K^2 \qquad \text{(A1.22)}$$

nimmt Gleichung (A1.19) die übersichtlichere Form

$$\hat{\Theta}'' - K^2 \cdot \hat{\Theta} = 0 \qquad \text{(A1.23)}$$

an. Der Koeffizient K^2 ist rein imaginär und kann in weitgehend beliebiger Weise von der Variablen r abhängen.

Im Hochbau treten Plattenkonstruktionen mit stetig veränderlichem K praktisch nicht auf. Man kann sich daher mit gutem Gewissen auf jene Fälle beschränken, in denen K stückweise konstant ist, die Platte also aus homogenen Schichten besteht.

Für eine homogene Schicht, also für konstantes K, kann die Lösung der Differentialgleichung (A1.23) unmittelbar angegeben werden:

$$\hat{\Theta} = C_1 \cdot \cosh(K \cdot r) + C_2 \cdot \sinh(K \cdot r) \quad . \qquad \text{(A1.24)}$$

Aus Gleichung (A1.4) und Gleichung (A1.20) folgt für die Wärmestromdichte $q(x,t)$ ferner

$$q(x,t) = -\lambda \cdot \frac{\partial \Theta}{\partial x} = -\frac{\partial \Theta}{\partial r} \qquad \text{(A1.25)}$$

und somit für den *Fourier*-Koeffizienten $\hat{q}$ der Wärmestromdichte die einfache Darstellung

$$\hat{q} = \hat{\Theta}' \quad , \tag{A1.26}$$

Damit gewinnt man aus Gleichung (A1.24) für die komplexe Amplitude $\hat{q}$ der Wärmestromdichte die Darstellung

$$\hat{q} = -C_1 \cdot K \cdot \sinh(K \cdot r) - C_2 \cdot K \cdot \cosh(K \cdot r) \quad . \tag{A1.27}$$

Aus den Gleichungen (A1.24) und (A1.27) lässt sich die Bedeutung der Integrationskonstanten C_1 und C_2 unmittelbar ablesen, wenn man $r = 0$ setzt:

$$C_1 = \hat{\Theta}(0) \quad ; \qquad C_2 = -\frac{\hat{q}(0)}{K} \quad . \tag{A1.28}$$

Die Gleichungen (A1.24) und (A1.27) können nun zu einer einzigen Matrixgleichung wie folgt zusammengefasst werden:

$$\begin{pmatrix} \hat{\Theta}(r) \\ \hat{q}(r) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cosh(K \cdot r) & -\frac{1}{K} \cdot \sinh(K \cdot r) \\ -K \cdot \sinh(K \cdot r) & \cosh(K \cdot r) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \hat{\Theta}(0) \\ \hat{q}(0) \end{pmatrix} \quad . \tag{A1.29}$$

Die Matrix

$$\tilde{Z} = \begin{pmatrix} \tilde{Z}_{11} & \tilde{Z}_{12} \\ \tilde{Z}_{21} & \tilde{Z}_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cosh(K \cdot r) & -\frac{1}{K} \cdot \sinh(K \cdot r) \\ -K \cdot \sinh(K \cdot r) & \cosh(K \cdot r) \end{pmatrix} \tag{A1.30}$$

besitzt komplexwertige Elemente und wird in der Vierpoltheorie der Elektrotechnik als Kettenmatrix (transfer matrix) bezeichnet.

Die Determinante dieser Kettenmatrix hat - wie man leicht erkennt – den Wert 1:

$$Det(\tilde{Z}) = 1 \quad . \tag{A1.31}$$

Im englischen Original der EN ISO 13786 wird die Bezeichnung „transfer matrix" für die Matrix Z übernommen. In der deutschen Übersetzung dieser Norm wird $\tilde{Z}$ als „Wärmeübergangsmatrix" bezeichnet. Diese Ausdrucksweise wird hier bewusst nicht übernommen, da die Bezeichnung „Wärmeübergang" für thermische Prozesse an den Bauteiloberflächen bereits besetzt ist.

Wird nun in Gleichung (A1.30) für *r* der Wärmedurchlasswiderstand *R* der betrachteten homogenen Schicht eingesetzt, so erhält man jene Kettenmatrix („Schichtmatrix"), die den Zusammenhang zwischen den komplexen Amplituden $\hat{\Theta}$ und $\hat{\mathrm{q}}$ von Temperatur und Wärmestromdichte beiderseits der Schicht vermittelt.

Besteht ein plattenförmiger Bauteil aus mehreren (*n*) homogenen Schichten und nummeriert man diese aufsteigen mit zunehmenden Werten von *r*, so kann man die Kettenmatrix $\tilde{\mathrm{Z}}$ der gesamten Platte („Bauteilmatrix") offenbar als Produkt der Schichtmatrizen $\tilde{\mathrm{Z}}_{\mathrm{j}}$ der einzelnen Schichten erhalten:

$$\tilde{Z} = \tilde{Z}_n \cdot \tilde{Z}_{n-1} \cdot \ldots\ldots\ldots\ldots \cdot \tilde{Z}_2 \cdot \tilde{Z}_1 \quad . \tag{A1.32}$$

Die Reihenfolge der Faktoren ist zu beachten, da die Matrizenmultiplikation bekanntlich nicht kommutativ ist. Die Determinante der Bauteilmatrix einer mehrschichtigen Platte hat wie die einer Einzelschicht den Wert 1, da die Determinante eines Matrizenprodukts gleich dem Produkt der Determinanten der einzelnen Faktoren ist.

Zu den Schichten des plattenförmigen Bauteils kann man in wärmetechnischer Hinsicht auch die Wärmeübergänge an beiden Seiten des Bauteils rechnen. Dies bereitet keinerlei Schwierigkeiten, da in der Matrix (A.30) nicht mehr die Schichtdicke auftritt, sondern nur der Wärmedurchlasswiderstand *r* bzw. *R* und die durch Gleichung (A.22) definierte Größe *K*; letztere verschwindet für reine Dämmschichten, in denen keine Wärmespeicherung stattfinden kann. Für solche nimmt die Schichtmatrix Z die einfache Form

$$Z = \begin{pmatrix} 1 & -R \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{A1.33}$$

an. Auf die gleiche Form kommt man übrigens auch für speicherfähige Schichten für verschwindende Kreisfrequenz ω, also im stationären Fall. Man überzeugt sich leicht, dass das Ausmultiplizieren von Matrizen der Bauart (A1.33) letztlich nur auf ein Aufsummieren der Wärmedurchlasswiderstände hinaus läuft. Die Multiplikation von Kettenmatrizen gemäß Gleichung (A1.32) stellt also nur die natürliche Verallgemeinerung der bekannten Additionsregel für Widerstände bei Serienschaltungen auf instationäre Vorgänge im Frequenzbereich dar.

So zweckmäßig sich die Verwendung von Kettenmatrizen, bzw. Schicht- und Bauteilmatrizen bei der Untersuchung thermischer Serienschaltungen auch erweist, so wenig interessiert sie im Grunde genommen, wenn man sie nicht zur Berechnung der Matrix der harmonischen thermischen Leitwerte verwenden kann. Im Fall eindimensionaler Wärmeleitung arbeitet man üblicherweise flächenbezogen; an die Stelle der harmonischen thermischen Leitwerte $\tilde{\mathrm{L}}$ treten daher die entsprechenden flächenbezogenen Leitwerte

$$\tilde{Y} = \frac{\tilde{L}}{A} \quad . \tag{A1.34}$$

Die in die ÖNorm EN ISO 13786 [6] neu eingeführten Begriffe „Wärmeaufnahme“ für $\tilde{\mathrm{Y}}_{\mathrm{m,m}}$ und „dynamische Wärmeaufnahme“ für $\tilde{\mathrm{Y}}_{\mathrm{m,n}}$ sind irreführend und werden hier bewusst nicht verwendet; sinnvoll ist es hingegen, von flächenbezogenen harmonischen thermischen Leitwerten zu sprechen.

Glücklicherweise ist der Zusammenhang zwischen Ketten- bzw. Schicht- oder Bauteilmatrix und der Matrix der flächenbezogenen harmonischen thermischen Leitwerte leicht her zu stellen.

Die Matrix der flächenbezogenen harmonischen thermischen Leitwerte $\tilde{\mathrm{Y}}$ stellt den Zusammenhang zwischen den auf beiden Seiten des plattenförmigen Bauteils auftretenden komplexen Temperaturamplituden $\hat{\Theta}$ einerseits und den komplexen Amplituden der dort auftretenden Wärmestromdichten $\hat{\mathrm{q}}$ andererseits her. Um diesen Zusammenhang zu gewinnen, hat man das Gleichungssystem

$$\begin{aligned} \hat{\Theta}_2 &= \tilde{\mathrm{Z}}_{1,1} \cdot \hat{\Theta}_1 + \tilde{\mathrm{Z}}_{1,2} \cdot \hat{\mathrm{q}}_1 \\ \hat{\mathrm{q}}_2 &= \tilde{\mathrm{Z}}_{2,1} \cdot \hat{\Theta}_1 + \tilde{\mathrm{Z}}_{2,2} \cdot \hat{\mathrm{q}}_1 \end{aligned} \tag{A1.35}$$

nach $\hat{\mathrm{q}}_1$ und $\hat{\mathrm{q}}_2$ aufzulösen. Das alleine genügt jedoch nicht, da der Definition der Leitwertmatrix andere Vorzeichenkonventionen hinsichtlich der Wärmestromdichten zugrunde liegen als die bisher hier eingehaltenen. $\hat{\mathrm{q}}_1$ und $\hat{\mathrm{q}}_2$ sind in Richtung steigender Werte von *r* positiv orientiert, während für die Matrix flächenbezogener harmonischer thermischer Leitwerte

Wärmestromdichten $\hat{p}_1$ und $\hat{p}_2$ benötigt werden, deren positive Orientierung jeweils von der Oberfläche in die Platte hinein weist. Es ist also

$$\hat{q}_1 = \hat{p}_1 \qquad \text{und} \qquad \hat{q}_2 = -\hat{p}_2 \tag{A1.36}$$

zu setzen. Setzt man dies in das Gleichungssystem (A1.35) ein und löst nach $\hat{p}_1$ und $\hat{p}_2$ auf, so erhält man

$$\begin{aligned} \hat{p}_1 &= -\frac{\tilde{Z}_{1,1}}{\tilde{Z}_{1,2}} \cdot \hat{\Theta}_1 + \frac{1}{\tilde{Z}_{1,2}} \cdot \hat{\Theta}_2 \\ \hat{p}_2 &= +\frac{1}{\tilde{Z}_{1,2}} \cdot \hat{\Theta}_1 - \frac{\tilde{Z}_{2,2}}{\tilde{Z}_{1,2}} \cdot \hat{q}_1 \end{aligned} \quad . \tag{A1.37}$$

Da die flächenbezogenen harmonischen thermischen Leitwerte durch die Beziehung

$$\hat{p}_i = -\sum_j \tilde{Y}_{i,j} \cdot \hat{\Theta}_j \quad . \tag{A1.38}$$

definiert sind, ergibt sich die Matrix flächenbezogener harmonischer thermischer Leitwerte durch Vergleich zu

$$\tilde{Y} = -\frac{1}{\tilde{Z}_{1,2}} \cdot \begin{pmatrix} -\tilde{Z}_{1,1} & 1 \\ 1 & -\tilde{Z}_{2,2} \end{pmatrix} \quad . \tag{A1.39}$$

Die Leitwertmatrix $\tilde{Y}$ ist – wie schon in [1] ausgeführt – natürlich symmetrisch.

A1.4 Literatur

[1] *Kreč, K.*: Zur Wärmespeicherung in Baukonstruktionen. Gesundheits-Ingenieur **114**, Heft 1, S. 11-18 (1993)

[2] *Carslaw, H.S. & Jaeger, J. C.*: Conduction of heat in solids. Second edition, Oxford University Press (1959)

[3] *Heindl, W.*: Neue Methoden zur Beurteilung des Wärmeschutzes im Hochbau. Die Ziegelindustrie, Hefte 4, 5, 6 (1967)

[4] *Masuch, J.*: Untersuchung des thermischen Verhaltens klimatisierter Räume bei variabler innerer Temperatur. Dissertation; Berlin (1971)

[5] *Masuch, J.*: Analytische Untersuchungen zum regeldynamischen Temperaturverhalten von Räumen. VDI-Forschungsbericht **557** (1973)

[6] ÖNorm EN ISO 13786, Wärmetechnisches Verhalten von Bauteilen – Dynamisch-thermische Kenngrössen – Berechnungsverfahren, Ausgabe 2000-08-01 (2000)

[7] *Eichler, F.*: Praktische Wärmelehre im Hochbau. 4. Auflage, VEB-Verlag für Bauwesen, Berlin (1964)

[8] *Berber, J.*: Bauphysik – Wärmetransport-Feuchtigkeit-Schall, Verlag Handwerk und Technik (1973)

[9] *Tschegg, E., Heindl, W. & Sigmund, A.*: Grundzüge der Bauphysik, Springer-Verlag Wien New York (1984)