12. November 2007

Zur Definition

der wirksamen

Wärmespeicherkapazität

von

Ao. Univ. Prof. Dipl.-Ing. Dr. techn. Klaus Kreč
Büro für Bauphysik
A-3562 Schönberg am Kamp Veltlinerstraße 9
Österreich
Tel. +43-2733-8780-2 Fax +43-2733-8780-4
email: dr.krec@aon.at

A4. Zur Definition der wirksamen Wärmespeicherkapazität

In diesem Anhang wird jener Ansatz für die wirksame Wärmespeicherkapazität hergeleitet, der im Vorwort der ÖNorm EN ISO 13786 [1] festgehalten ist.

Das Wärmespeichervermögen eines homogenen Körpers ist bekanntlich durch das Produkt aus der massenbezogenen spezifischen Wärmekapazität *c* und der Masse des Körpers *m* gegeben:

$$C = m \cdot c \qquad . \qquad \text{(A4.1)}$$

Eine Erhöhung der Temperatur um $\delta\Theta$ bewirkt eine Vergrößerung der im betrachteten Körper gespeicherten Wärmemenge δQ gemäß

$$\delta Q = C \cdot \delta\Theta \qquad . \qquad \text{(A4.2)}$$

Ist sicher gestellt, dass die Erwärmung im ganzen Körper gleichmäßig erfolgt, so gilt Gleichung (A4.2) währen eines Aufheiz- oder Abkühlvorgangs für jedes beliebige Zeitintervall. In diesem fiktiven Grenzfall ist es möglich, zu den Zeitableitungen überzugehen und Gleichung (A4.2) in der Form

$$\frac{dQ}{dt} = C \cdot \frac{d\Theta}{dt} \qquad \text{(A4.3)}$$

anzuschreiben. Die linke Seite dieser Gleichung stellt den dem Körper zugeführten Wärmestrom Φ dar, d. h.

$$\Phi = C \cdot \frac{d\Theta}{dt} \qquad . \qquad \text{(A4.4)}$$

Der in das Material eindringende oder aus diesem austretende Wärmestrom Φ ist also proportional zur zeitlichen Veränderung der umgebenden Temperatur.

Gleichung (A4.4) gilt dann, wenn die Temperatur der Umgebung und im Körper einheitlich, d. h. ortsunabhängig ist. Bei der Messung der spezifischen Wärmekapazität eines Materials wird versucht, diesen fiktiven Verhältnissen möglichst nahe zu kommen, indem an sehr kleinen Probestücken gemessen und die Temperatur des die Probe umgebenden Fluids nur sehr langsam geändert wird.

Wird nun – wie z. B. in der EN ISO 13786 [1] und ÖNorm B8110-3 [2] gefordert – vereinfachend angenommen, dass sich die zeitliche Veränderung der Temperatur gemäß

$$\Theta(t) = \left|\hat{\Theta}\right| \cdot \sin(\frac{2 \cdot \pi}{T} \cdot t) \quad . \qquad \text{(A4.5)}$$

ändert, so stellt sich aufgrund der Temperaturschwankung (als Ursache) eine Schwankung des in den Körper eintretenden Wärmestroms (als Wirkung) ein. Der zeitlichen Verlauf der Schwankung des Wärmestroms wird unmittelbar durch Einsetzen von (A4.5) in Gleichung (A4.4) erhalten.

$$\Phi(t) = C \cdot \left|\hat{\Theta}\right| \cdot \frac{2 \cdot \pi}{T} \cdot \cos(\frac{2 \cdot \pi}{T} \cdot t) \quad . \qquad \text{(A4.6)}$$

Der Betrag der Amplitude des sinusförmig verlaufenden Wärmestroms ergibt sich nun gemäß Gleichung (A4.6) zu

$$\left|\hat{\Phi}\right| = C \cdot \left|\hat{\Theta}\right| \cdot \frac{2 \cdot \pi}{T} \quad . \qquad \text{(A4.7)}$$

Für das Wärmespeichervermögen C folgt hieraus die Beziehung

$$C = \frac{T}{2 \cdot \pi} \cdot \frac{\left|\hat{\Phi}\right|}{\left|\hat{\Theta}\right|} \quad . \qquad \text{(A4.8)}$$

Gleichung (A4.8) kann auch dann für die Definition des „wirksamen Wärmespeichervermögens“ heran gezogen werden, wenn keine gleichmäßige Temperaturverteilung im Körper vorliegt.

Die wirksame Wärmespeicherkapazität ist also proportional zum Periodenlänge T und zum Verhältnis von Wärmestromamplitude $\left|\hat{\Phi}\right|$ und Temperaturamplitude $\left|\hat{\Theta}\right|$. Die Periode T der Sinusschwingung wird in der EN ISO 13786 offen gelassen und in der ÖNorm B8110-3 mit einem Tag, also 86400 s angesetzt.

Für die Räume eines Gebäudes kann für jeden Raum gemäß Gleichung (A4.8) eine wirksame Wärmespeicherkapazität gemäß

$$C_m = \frac{T}{2 \cdot \pi} \cdot \frac{\left|\hat{\Phi}_m\right|}{\left|\hat{\Theta}_m\right|} \qquad \text{(A4.9)}$$

angegeben werden. Die dem Raum mit dem Index *m* zugeordnete wirksame Wärmespeicherkapazität hängt somit mit der Amplitude der Schwankung der Lufttemperatur in diesem Raum $\left|\hat{\Theta}_m\right|$ und der Amplitude des in die raumbegrenzenden Bauteile, aber auch die Bauteile innerhalb des Raums eintretenden Wärmestroms $\left|\hat{\Phi}_m\right|$ zusammen.

Der durch die Beziehung (A4.9) berechenbare Wert der wirksamen Wärmespeicherkapazität C_m ist insofern nicht eindeutig, als die Amplitude des Wärmestroms $\left|\hat{\Phi}_m\right|$ nicht nur von der Amplitude der Temperaturschwankung $\left|\hat{\Theta}_m\right|$ im betrachteten Raum *m* abhängen wird, sondern natürlich auch von den zeitlichen Verläufen der Temperatur in allen anderen Räumen.

Um die Problematik der Abhängigkeit der wirksamen Wärmespeicherkapazität im Raum *m* von den thermischen Verhältnissen in den Nachbarräumen und den außenklimatischen Bedingungen zu analysieren, sollen im Folgenden zwei, für die Praxis wichtige Spezialfälle näher untersucht werden.

Zum einen wird angenommen, dass nur im betrachteten Raum *m* die Lufttemperatur sinusförmig schwankt, in sämtlichen anderen Räumen aber konstant ist. Zum anderen wird der Fall betrachtet, dass in allen Räumen die Lufttemperatur in gleicher Weise einer sinusförmigen Schwankung unterworfen ist.

Fall 1: konstante Temperatur in den Nachbarräumen

Gesucht ist die während einer Periodenlänge aufgrund einer sinusförmigen Schwankung der Lufttemperatur in die raumbegrenzenden Bauteilen eines Raumes *m* eindringende und dort gespeicherte Wärmemenge. In allen anderen Räumen wird die Temperatur konstant angenommen. Die Mittelwerte der Lufttemperaturen können in den verschiedenen Räumen aber durchaus unterschiedlich sein.

Die Schwankung der Lufttemperatur in Raum *m* wird durch die komplexe Amplitude $\hat{\Theta}_m$ beschrieben. Dem Konzept der thermischen Leitwerte folgend ist die komplexe Amplitude des Wärmeverlustes des Raums *m* - $\hat{\Phi}_{\mathrm{m}}$ -, d. h. die komplexe Amplitude des in die Bauteile des Raums eindringenden Wärmestroms durch

$$\hat{\Phi}_m = -\sum_n \tilde{L}_{m,n} \cdot \hat{\Theta}_n \tag{A4.10}$$

gegeben. Ist die Lufttemperatur in allen anderen Räumen konstant, so gilt $\hat{\Theta}_n = 0$ für $n \neq m$ und die Summe in Gleichung (A4.10) reduziert sich auf ein Glied.

$$\hat{\Phi}_m = -\tilde{L}_{m,m} \cdot \hat{\Theta}_m \tag{A4.11}$$

Es wäre nun verfehlt, die Wärmestromamplitude $\hat{\Phi}_m$ als die Amplitude jenes Wärmestroms zu identifizieren, der in den raumbegrenzenden Bauteilen des Raums gespeichert wird. Bei konstant gehaltenen Raumtemperaturen in den Nachbarräumen wird ein Teil der in die raumbegrenzenden Bauteile eindringenden Wärme in die Nachbarräume abfließen. Da hier nur die Wärme, die in der Baukonstruktion gespeichert wird, interessiert, muss der in die anderen Räume abfließende Wärmestrom ermittelt und vom in die raumbegrenzenden Bauteile des Raumes *m* eindringenden, gesamten Wärmestrom abgezogen werden.

Der aufgrund der Temperaturschwankung in Raum *m* dem Nachbarraum *n* zukommende Wärmestrom kann durch Anwendung der Beziehung (A4.10) auf Raum *n* unmittelbar angegeben werden:

$$\hat{\Phi}_n = \tilde{L}_{n,m} \cdot \hat{\Theta}_m \tag{A4.12}$$

Der Wechsel des Vorzeichens ist notwendig, da nicht der gemäß Gleichung (A4.10) aus dem Raum *n* abfließende, sondern der dem Raum *n* zukommende Wärmestrom interessiert. Die Summe der von Raum *m* in die anderen Räume abfließenden Wärmeströme $\hat{\Phi}_{\mathrm{L}}$ ergibt sich mittels Summierung der Wärmestromamplituden gemäß Gleichung (A4.12) über alle Räume mit Ausnahme des betrachteten Raums *m*:

$$\hat{\Phi}_L = \sum_{\substack{n \\ n \neq m}} \tilde{L}_{n,m} \cdot \hat{\Theta}_m \quad . \tag{A4.13}$$

Die gesuchte Wärmestromamplitude $\hat{\Phi}_m^S$ für die in den Raumumschließenden Bauteilen und den Bauteilen innerhalb der Raums *m* gespeicherte Wärme wird durch Subtraktion der Wärmestromamplitude $\hat{\Phi}_L$ des den anderen Räumen zukommenden Wärmestroms von der Wärmestromamplitude $\hat{\Phi}_m$ des aus Raum *m* in die raumbegrenzenden Bauteil abfließenden Wärmestroms.

$$\hat{\Phi}_m^S = \hat{\Phi}_m - \hat{\Phi}_L = -\tilde{L}_{m,m} \cdot \hat{\Theta}_m - \sum_{\substack{n \\ n \neq m}} \tilde{L}_{m,n} \cdot \hat{\Theta}_m = -\sum_n L_{m,n} \cdot \hat{\Theta}_m \tag{A4.14}$$

Die wirksame Wärmekapazität C_m der Raumumschließenden und der im Raum befindlichen Bauteile des Raums *m* ist damit gemäß Definitionsgleichung (A4.9) für den Fall konstanter Temperaturen in den angrenzenden Räumen mit

$$\mathrm{C_m} = \frac{\mathrm{T}}{2 \cdot \pi} \cdot \left| \sum_{\mathrm{n}} \tilde{\mathrm{L}}_{\mathrm{m,n}} \right| \tag{A4.15}$$

gegeben.

Fall 2: gleichförmig schwankende Temperatur in allen Räumen

Unter der Annahme, dass die Lufttemperatur in allen betrachteten Räumen mit gleicher Amplitude und Phasenlage um den jeweiligen Mittelwert (, der in den Räumen durchaus unterschiedlich angesetzt sein darf) schwankt, ergibt sich die Amplitude des Wärmestroms in Raum *m* durch Anwendung der Gleichung (A4.10) gemäß

$$\hat{\Phi}_m = -\sum_n \tilde{L}_{m,n} \cdot \hat{\Theta}_m = -\hat{\Theta}_m \cdot \sum_n \tilde{L}_{m,n} \quad . \qquad \text{(A4.16)}$$

Aufgrund der gleichförmigen Schwankung der Temperatur in allen Räumen kommt es – abgesehen von Wärmeflüssen aufgrund verschiedener Temperatur-Mittelwerte – zu keinem durch die Schwankungen induzierten Wärmeabflüssen von einem Raum zum anderen. Die Amplitude des Wärmestroms $\hat{\Phi}_m$ ist somit identisch mit der gesuchten Wärmestromamplitude $\hat{\Phi}_m^S$. Die wirksame Wärmespeicherkapazität ergibt sich somit auch im Fall gleichförmig schwankender Temperaturen zu

$$C_m = \frac{T}{2 \cdot \pi} \cdot \left| \sum_n \tilde{L}_{m,n} \right| \quad . \qquad \text{(A4.17)}$$

Nachdem in den beiden untersuchten, für die Praxis wichtigen Fällen die wirksame Wärmespeicherkapazität auf das gleiche Ergebnis führt, liegt es nahe, den Ansatz (A4.15) bzw. (A4.17) als Definitionsgleichung für die wirksame Wärmespeicherkapazität heran zu ziehen. Genau dieser Ansatz ist auch im Vorwort der ÖNorm EN ISO 13786 [1] als Definitionsgleichung für C_m festgeschrieben.

A4.1 Literatur

[1] ÖNorm EN ISO 13786: Wärmetechnisches Verhalten von Bauteilen – Dynamisch-thermische Kenngrößen – Berechnungsverfahren, Ausgabe: 2000-08-01 (2000)

[2] ÖNorm B8110-3, Wärmeschutz im Hochbau – Wärmespeicherung und Sonneneinflüsse, Ausgabe: 1999-12-01 (1999)